Z_0, Z_1 et Z_2 les solutions de l'équation (E') sont les racines cubiques de l'unité soit donc :

$Z_0 = 1$, $Z_1 = e^{i\frac{2\pi}{3}}$ et $Z_2 = e^{-i\frac{2\pi}{3}}$

Il en résulte que z_0 , z_1 et z_2 les solutions de l'équation (E) vérifient :

* $\frac{z_0}{2-i} = Z_0 = 1 \Rightarrow \boxed{z_0 = 2 - i}$

* $\frac{z_1}{2-i} = Z_1 \Rightarrow z_1 = (2-i)Z_1 = (2-i).(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2})$

$\Rightarrow z_1 = -1 + i\sqrt{3} + \frac{1}{2}i + \frac{\sqrt{3}}{2}$

Donc $\boxed{z_1 = (-1+\frac{\sqrt{3}}{2}) + i(\frac{1}{2} + \sqrt{3})}$

* $\frac{z_2}{2-i} = Z_1 \Rightarrow z_2 = (2-i)Z_2 = (2-i).(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2})$

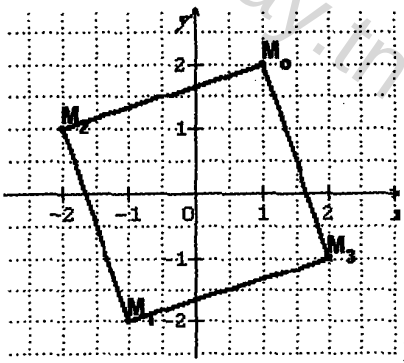
$\Rightarrow z_2 = -1 - i\sqrt{3} + \frac{1}{2}i - \frac{\sqrt{3}}{2}$

Donc $\boxed{z_2 = (-1-\frac{\sqrt{3}}{2}) + i(\frac{1}{2} - \sqrt{3})}$

Exercice n° 4

a) Un travail analogue à celui fait à l'ex 1 donne :
les racines carrées de $-7-24i$ sont :
$3-4i$ et $-3+4i$
les racines carrées de $3-4i$ sont : $2-i$ et $-2+i$
les racines carrées de $-3+4i$ sont : $1+2i$ et $-1-2i$
Donc **Les racines quatrièmes de $-7-24i$ sont :**
$1+2i$; $-1-2i$; $-2+i$ et $2-i$

b) Soient M_0 ; M_1 ; M_2 et M_3 les points d'affixes respectivement z_0, z_1, z_2 et z_3



$M_0M_2M_1M_3$ carré

Exercice n° 5

a) $z^2 - (3+2i)z + 5 + i = 0$

$\Delta = (3+2i)^2 - 4(5+i) = 9+12i-4-20-4i = -15+8i$

Soit $\delta = x+iy$ une racine carrée de Δ

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2-y^2=-15 & (1) \\ x^2+y^2=17 & (2) \\ 2xy=8 & (3) \end{cases}$$

(1)+(2) $\Rightarrow 2x^2=2 \Rightarrow x^2=1 \Rightarrow x=1$ ou $x=-1$

Pour $x=1$ l'éq (3) donne $y=4$

Donc $\delta = 1+4i$ une racine carrée de Δ

Par suite les solutions de l'équation sont :

$$Z' = \frac{-b+\delta}{2a} = \frac{3+2i+1+4i}{2} = 2+3i$$

$$Z'' = \frac{-b-\delta}{2a} = \frac{3+2i-1-4i}{2} = 1-i$$

D'où $S_C = \{2+3i, 1-i\}$

b) $iz^2 - (4i-3)z + i - 5 = 0$

$\Delta = (4i-3)^2 - 4i(i-5) = -3-4i$

Soit $\delta = x+iy$ une racine carrée de Δ

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2-y^2=-3 & (1) \\ x^2+y^2=5 & (2) \\ 2xy=-4 & (3) \end{cases}$$

(1)+(2) $\Rightarrow 2x^2=2 \Rightarrow x^2=1 \Rightarrow x=1$ ou $x=-1$

Pour $x=1$ l'éq (3) donne $y=-2$

Donc $\delta = 1-2i$

Par suite les solutions de l'équation sont :

$$Z' = \frac{-4i+3-1+2i}{2i} = \frac{-2i+2}{2i} = -1-i$$

$$Z'' = \frac{-4i+3+1-2i}{2i} = \frac{-6i+4}{2i} = -3-2i$$

D'où $S_C = \{-3-2i, -1-i\}$

c) $(4-3i)z^2 - (10+5i)z + 3 + 5i = 0$

$\Delta = (10+5i)^2 - 4(4-3i).(3+5i)$
$= 100+100i-25-4(27+11i) = -33+56i$

soit $\delta = x+iy$ une racine carrée de Δ

On a $|\Delta| = \sqrt{(-33)^2+56^2} = \sqrt{4225} = 65$

Qarray.tn - Aqra Bled - Qarray.tn